

**Теплофизические параметры компонентов ЖАМ.** В разрабатываемой модели можно использовать следующие аппроксимации теплофизических параметров пека и кокса [3]:

- плотность пека  $\rho = 1329 - 0,4737 t + 1,85 \cdot 10^{-3} t^2 - 7,56 \cdot 10^{-7} t^3$ , [кг/м<sup>3</sup>];
- теплоемкость пека  $c = 1034,84 + 5,064 t$ , [Дж/(кг·К)];
- теплопроводность пека  $\lambda = 0,134 + 3,38 \cdot 10^{-6} t^{1,77}$ , [Вт/(м·К)];
- кажущаяся плотность частиц кокса  $\rho = 1930 - 0,29 d + 36 d^2$ ,

где  $d$  – эквивалентный диаметр частиц, м;

- теплоемкость кокса  $c = 837,4 + 1,54 t - 5,4 \cdot 10^{-4} t^2$ ;
- теплопроводность беспористого кокса (давление  $p = 0$ );

$$\lambda = 2,54 + 3,26 \cdot 10^{-3} t,$$

где  $t$  – температура определения, °С.

**Выводы.** Таким образом, предложенная нами математическая модель формирования жидкого слоя анода Зодерберга, описывающая процессы и теплофизические параметры жидкой анодной массы в аноде, пригодна для численного моделирования.

### Литература

1. Скогланд И., Эндресен Л.Э., Стокка П. Работа сухого анода Зодерберга: определяющие факторы в производстве анодной массы и работе анода // *Алюминий Сибири-99: Сб. докл. конф.* – Красноярск, 1999. – С. 17-27.
2. Дульнев Г.Н., Новиков В.В. Процессы переноса в неоднородных средах. — Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отделение, 1991. – С. 248.
3. Бегунов А.И., Иванов С.Д. Моделирование теплофизических параметров жидкой анодной массы (плотность, теплоемкость, теплопроводность) // *Вестник ИрГТУ.* – 1998. – № 4. – С. 69-75.
4. Урьев Н.Б., Потанин А.А. Текучесть суспензий и порошков. – М.: Химия, 1992. – С. 256.
5. Бегунов А.И., Габдраштова Е.Р., Кравченко В.И., Олейникова Н.П., Петровская В.Н. Влияние температуры каменноугольных пеков на их вязкость // *Цветные металлы.* – 1992. – № 2. – С. 31-33.



УДК 631.535.2

В.А. Лапко, Г.И. Цугленок

### ГИБРИДНЫЕ МОДЕЛИ СТОХАСТИЧЕСКИХ ЗАВИСИМОСТЕЙ В УСЛОВИЯХ ИХ ЧАСТНОГО ОПИСАНИЯ

Большая размерность вектора условий  $x$ , влияющих на  $y$  показателей технологических параметров и ограниченные объемы  $n$  экспериментальных данных  $(x^i, y^i, i = \overline{1, n})$  создают в ряде случаев непреодолимые трудности при построении моделей  $y = \varphi(x)$ . Поэтому исследователи часто оценивают зависимость урожайности от частичного набора условий. Например, частичная модель урожайности пшеницы сорта Скала в пространстве технологических параметров предпосевной обработки семенного материала и его посадки имеет вид

$$\bar{y} = 100,1 + 9x_1^2 + 3,2x_2^2 - 7,1x_3^2 - 19,5x_4^2 - 4,8x_2 + 10,4x_3 + 15,1x_4 - 4,0x_1 x_2 + 3,9x_1 x_3 - 5,5x_1 x_4 - 5,9x_2 x_4,$$

где  $x_v, v = \overline{1, 4}$  – кодированные значения экспозиции обработки ( $x_1$ ), частоты электромагнитного поля ( $x_2$ ), периода «обработка – посев» ( $x_3$ ), нормы высева ( $x_4$ ). Полученное уравнение протабулировано в соответствии с различными сочетаниями  $x_v, v = \overline{1, 4}$  на интервале  $[-1; 1]$  с шагом  $h = 0,5$ .

Предполагается наличие выборки экспериментальных данных  $(x^i, y^i, i = \overline{1, n})$ ,  $x = (x_1, \bar{x}_1)$ , содержащей дополнительные сведения  $\bar{x}_1$  о процессе развития сельскохозяйственных культур, например, об агротехнических мероприятиях, что делает необходимым решение проблемы их эффективного использования.

С позиций принципов гибридного моделирования рассматриваются непараметрические модели оценки показателей эффективности технологических параметров при разработке технологии ВЧ и СВЧ обработки семян, когда дополнительно известно их описание в неполном пространстве контролируемых признаков. Исследуются асимптотические свойства моделей. В отличие от традиционных гибридных моделей сведения о виде зависимости  $F(x_1, \alpha)$  и функция расхождения с экспериментальными данными определены в разных пространствах признаков.

Пусть относительно однозначной зависимости  $y = \varphi(x) \quad \forall x \in R^k$  (1)

известна модель ее частичного описания  $\bar{y}_1 = F(x_1, \bar{\alpha}) \quad \forall x_1 \in R^{k_1}, k_1 < k$  и выборка  $V = (x^i, y^i, i = \overline{1, n})$  экспериментальных данных, составленная из статистически независимых наблюдений  $(x, y)$  искомой зависимости (1).

**Методика построения модели.** Используя статистическую выборку  $V_1 = (x_v^i, v = \overline{1, k_1}, y^i, i = \overline{1, n})$ , оценим параметры  $\alpha$  модели  $\bar{y}_1 = F(x_1, \alpha)$ . На этой основе сформируем выборку  $V_2 = (x_v^i, v = \overline{k_1+1, k}, f(x_v^i, v = \overline{k_1+1, k}), i = \overline{1, n})$ , где  $f(\bar{x}_1^i = (x_v^i, v = \overline{k_1+1, k})) = y^i - F(x_1^i, \bar{\alpha})$ ;  $\bar{\alpha}$  - оценки параметров  $\alpha$  модели  $F(x_1, \alpha)$ , являющейся частичным описанием искомой зависимости (1).

Функция  $f(\bar{x}_1)$  определяет степень расхождения между зависимостью  $y = \varphi(x)$  и моделью  $F(x_1, \bar{\alpha})$  в пространстве  $\bar{x}_1 = (x_v, v = \overline{k_1+1, k})$ , которую будем называть функцией невязки. Для ее восстановления воспользуемся непараметрической регрессией

$$\bar{f}(\bar{x}_1) = \sum_{i=1}^n f(\bar{x}_1^i) \beta_i(\bar{x}_1), \quad (2)$$

$$\beta_i(\bar{x}_1) = \frac{\prod_{v=k_1+1}^k \Phi\left(\frac{x_v - x_v^i}{c_v}\right)}{\sum_{i=1}^n \prod_{v=k_1+1}^k \Phi\left(\frac{x_v - x_v^i}{c_v}\right)},$$

где  $\Phi(\cdot)$  - положительные, симметричные, нормированные ядерные функции [1].

Тогда гибридная модель зависимости (1) представляется статистикой

$$\bar{y}(x) = \bar{\varphi}(x_1, \bar{x}_1) = F(x_1, \bar{\alpha}) + \bar{f}(\bar{x}_1). \quad (3)$$

Ближайшим аналогом данной модели является подход, предложенный в работе [1], который предполагает определение параметрической модели  $F(\cdot)$  и построение функции невязки в пространстве полного набора компонент вектора  $x = (x_1, \bar{x}_1)$ .

**Асимптотические свойства модели.** Свойства гибридной модели (3) определяются следующим утверждением.

**Теорема 1.** Пусть: 1) восстанавливаемая зависимость  $y = \varphi(x)$  представима суммой однозначных функций  $\varphi(x) = \varphi_1(x_1) + \varphi_2(\bar{x}_1)$ ; 2) функции  $\varphi_1(x_1)$ ,  $\varphi_2(\bar{x}_1)$  и плотности вероятностей  $p(x)$ ,  $p(x_1)$ ,  $p(\bar{x}_1)$  ограничены вместе со своими производными до второго порядка включительно; 3)  $\Phi(u)$  относятся к классу положительных, симметричных и нормированных функций; 4) последовательность коэффициентов размытости  $c(n) \geq 0$  такова, что при  $n \rightarrow \infty$  значения  $c(n) \rightarrow 0$ , а  $nc(n) \rightarrow \infty$ . Тогда, если аппроксимация  $F(x_1, \bar{\alpha})$  обладает свойствами асимптотической несмещенности и сходимости в среднеквадратическом к  $\varphi_1(x_1)$ , такие же свойства имеет и гибридная модель  $\bar{y}(x)$ .

**Доказательство.** Вычислим математическое ожидание смещения при известном законе распределения  $\bar{x}_1 \in R^1$ :

$$M(\varphi(x_1, \bar{x}_1) - \bar{\varphi}(x_1, \bar{x}_1)) = M(\varphi(x_1, \bar{x}_1) - F(x_1, \alpha) - \bar{f}(\bar{x}_1)) = \varphi(x_1, \bar{x}_1) - M F(x_1, \alpha) - M \bar{f}(\bar{x}_1), \quad (4)$$

$$\text{где } M \bar{f}(\bar{x}_1) = \frac{1}{ncp(\bar{x}_1)} \sum_{i=1}^n M \left( (y^i - F(x_1^i, \alpha)) \Phi\left(\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_1^i}{c}\right) \right) = \frac{1}{cp(\bar{x}_1)} \iiint (y - F(t_1, \alpha)) \Phi\left(\frac{\bar{x}_1 - t_2}{c}\right) p(y, t_1, t_2) dy dt_1 dt_2;$$

$M$  - знак математического ожидания.

Учитывая, что оптимальным решающим правилом в среднеквадратическом смысле является условное математическое ожидание  $\int y p\left(\frac{y}{(t_1, t_2)}\right) dy = \varphi(t_1, t_2)$ , получим

$$M\bar{f}(\bar{x}_1) = \frac{1}{\text{cp}(\bar{x}_1)} \iint \varphi(t_1, t_2) p\left(\frac{t_1}{t_2}\right) dt_1 \Phi\left(\frac{\bar{x}_1 - t_2}{c}\right) p(t_2) dt_2 = \frac{1}{\text{cp}(\bar{x}_1)} \int \varphi_2(t_2) \Phi\left(\frac{\bar{x}_1 - t_2}{c}\right) p(t_2) dt_2.$$

Проведем замену переменных  $\frac{(\bar{x}_1 - t_2)}{c} = u$  и разложим функции  $\varphi_2(\bar{x}_1 - cu)$ ,  $p(\bar{x}_1 - cu)$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $\bar{x}_1$ .

Тогда

$$M\bar{f}(\bar{x}_1) = p^{-1}(\bar{x}_1) \int \Phi(u) \left( \varphi_2(\bar{x}_1) - cu\varphi_2^{(1)}(\bar{x}_1) + \frac{c^2 u^2}{2} \varphi_2^{(2)}(\bar{x}_1) + \dots \right) \times \left( p(\bar{x}_1) - cup^{(1)}(\bar{x}_1) + \frac{c^2 u^2}{2} p^{(2)}(\bar{x}_1) + \dots \right) du.$$

Учитывая справедливость соотношения  $\int u \Phi(u) du = 0$  и принимая  $\int u^2 \Phi(u) du = 1$ , при достаточно больших  $n$  имеем

$$M\bar{f}(\bar{x}_1) \sim \varphi_2(\bar{x}_1) + c^2 \left[ \frac{p^{(2)}(\bar{x}_1)\varphi_2(\bar{x}_1)}{2p(\bar{x}_1)} + \frac{p^{(1)}(\bar{x}_1)\varphi_2^{(1)}(\bar{x}_1)}{p(\bar{x}_1)} + \frac{\varphi_2^{(2)}(\bar{x}_1)}{2} \right] + \frac{c^4 \varphi_2^{(2)}(\bar{x}_1)p^{(2)}(\bar{x}_1)}{4p(\bar{x}_1)} + O(c^6). \quad (5)$$

При  $c(n) \rightarrow 0$  с ростом  $n \rightarrow \infty$   $M\bar{f}(\bar{x}_1)$  стремится к  $\varphi_2(\bar{x}_1)$ . Так как в соответствии с условиями теоремы 1  $\varphi(x) = \varphi_1(x_1) + \varphi_2(\bar{x}_1)$ , то смещение (5) определяется свойствами частичного описания  $F(x_1, \alpha)$ , т.е.  $M(\varphi_1(x_1) - F(x_1, \alpha))$ .

Поэтому, если модель  $F(x_1, \alpha)$  обладает свойствами асимптотической несмещенности, то оно присуще и гибридной модели (3).

Для доказательства сходимости статистики (3) в среднеквадратическом выполним очевидные преобразования:

$$\begin{aligned} M(\varphi(x_1, \bar{x}_1) - \bar{\varphi}(x_1, \bar{x}_1))^2 &= M\left[(\varphi_1(x_1) - F(x_1, \alpha)) + (\varphi_2(\bar{x}_1) - \bar{f}(\bar{x}_1))\right]^2 = \\ &= M(\varphi_1(x_1) - F(x_1, \alpha))^2 + 2M\left[(\varphi_1(x_1) - F(x_1, \alpha))(\varphi_2(\bar{x}_1) - \bar{f}(\bar{x}_1))\right] + M(\varphi_2(\bar{x}_1) - \bar{f}(\bar{x}_1))^2. \end{aligned}$$

Применяя ко второму слагаемому неравенство Шварца, получим

$$M(\varphi(x) - \bar{\varphi}(x))^2 < \left[ M(\varphi_1(x_1) - F(x_1, \alpha))^2 \right]^{1/2} + \left[ M(\varphi_2(\bar{x}_1) - \bar{f}(\bar{x}_1))^2 \right]^{1/2}.$$

Оценим асимптотическое выражение

$$M(\varphi_2(\bar{x}_1) - \bar{f}(\bar{x}_1))^2 = \varphi_2^2(\bar{x}_1) - 2\varphi_2(\bar{x}_1)M\bar{f}(\bar{x}_1) + M\bar{f}^2(\bar{x}_1),$$

где

$$\begin{aligned} M\bar{f}^2(\bar{x}_1) &= \frac{1}{n^2 c^2 p^2(\bar{x}_1)} \left[ \sum_{i=1}^n M\left( (y^i - F(x_1^i, \alpha))^2 \Phi^2\left(\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_1^i}{c}\right) \right) + \right. \\ &+ \left. \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n M\left[ (y^i - F(x_1^i, \alpha)) \Phi\left(\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_1^i}{c}\right) (y^j - F(x_1^j, \alpha)) \Phi\left(\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_1^j}{c}\right) \right] \right] = \\ &= \frac{1}{n^2 c^2 p^2(\bar{x}_1)} \left[ n M\left( (y - F(t_1, \alpha))^2 \Phi^2\left(\frac{\bar{x}_1 - t_2}{c}\right) \right) + n(n-1) \left( M\left( (y - F(t_1, \alpha)) \Phi\left(\frac{\bar{x}_1 - t_2}{c}\right) \right) \right)^2 \right]. \quad (6) \end{aligned}$$

Пренебрегая величинами степени малости менее  $O(c^4)$  в выражении (6), определим второе слагаемое

$$\varphi_2^2(\bar{x}_1) + c^2 \varphi_2(\bar{x}_1) B_1(\bar{x}_1) + c^4 B_1^2(\bar{x}_1), \quad (7)$$

где

$$B_1(\bar{x}_1) = \frac{p^{(2)}(\bar{x}_1)\varphi_2(\bar{x}_1)}{p(\bar{x}_1)} + \frac{2\varphi_2^{(1)}(\bar{x}_1)p^{(1)}(\bar{x}_1)}{p(\bar{x}_1)} + \varphi_2^{(2)}(\bar{x}_1).$$

Оценим первое слагаемое выражения (6)

$$\begin{aligned} & \frac{1}{nc^2 p^2(\bar{x}_1)} M \left( \left( y^i - F(x_1^i, \alpha) \right)^2 \Phi^2 \left( \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_1^i}{c} \right) \right) = \\ & = \frac{1}{nc^2 p^2(\bar{x}_1)} \iint (\varphi(t_1, t_2) - F(t_1, \alpha))^2 \Phi^2 \left( \frac{\bar{x}_1 - t_2}{c} \right) p(t_1, t_2) dt_1 dt_2 = \\ & = \frac{1}{nc^2 p^2(\bar{x}_1)} \iint [(\varphi_1(t_1) - F(t_1, \alpha)) + \varphi_2(t_2)]^2 \Phi^2 \left( \frac{\bar{x}_1 - t_2}{c} \right) p(t_1, t_2) dt_1 dt_2. \end{aligned} \quad (8)$$

$$\text{Обозначим } \beta_1 = \max_{t_1} \int (\varphi_1(t_1) - F(t_1, \alpha))^2 p\left(\frac{t_1}{t_2}\right) dt_1, \quad \beta_2 = \max_{t_2} \int |\varphi_1(t_1) - F(t_1, \alpha)| p\left(\frac{t_1}{t_2}\right) dt_1.$$

Тогда ограничение выражения (8) принимает вид

$$\frac{1}{nc^2 p^2(\bar{x}_1)} \left[ \beta_1 \int \Phi^2 \left( \frac{\bar{x}_1 - t_2}{c} \right) p(t_2) dt_2 + 2\beta_2 \int \varphi_2(t_2) \Phi^2 \left( \frac{\bar{x}_1 - t_2}{c} \right) p(t_2) dt_2 + \int \varphi_2(t_2) \Phi^2 \left( \frac{\bar{x}_1 - t_2}{c} \right) p(t_2) dt_2 \right].$$

Проведем замену переменных  $\frac{(\bar{x}_1 - t_2)}{c} = u$ , и в результате преобразований нетрудно получить асимптотическую оценку ограничения первого слагаемого выражения (6)

$$\frac{\|\Phi(u)\|^2}{ncp(\bar{x}_1)} (\beta_1 + 2\beta_2 \varphi_2(\bar{x}_1) + \varphi_2^2(\bar{x}_1)) + O\left(\frac{c}{n}\right). \quad (9)$$

С учетом (5), (7) и (9) запишем окончательное выражение среднеквадратического отклонения

$$M(\varphi_2(\bar{x}_1) - \bar{f}(\bar{x}_1))^2 < \frac{\|\Phi(u)\|^2}{ncp(\bar{x}_1)} (\beta_1 + 2\beta_2 \varphi_2(\bar{x}_1) + \varphi_2^2(\bar{x}_1)) + c^4 \left( B_1^2(\bar{x}_1) - \frac{\varphi_2^{(2)}(\bar{x}_1) p^{(2)}(\bar{x}_1) \varphi_2(\bar{x}_1)}{2p(\bar{x}_1)} \right).$$

Из анализа последнего выражения при  $c \rightarrow 0$ ,  $nc \rightarrow \infty \quad \forall \quad n \rightarrow \infty$  следует сходимость в среднеквадратическом гибридной модели (3), если таким же свойством обладает модель  $F(x_1, \alpha)$ . Необходимо отметить зависимость главного члена дисперсии непараметрической оценки функции невязки  $f(\bar{x}_1)$  от среднеквадратического отклонения и смещения модели  $F(x_1, \alpha)$ .

Подобные модели позволяют наиболее полно использовать априорную информацию, содержащуюся как в точках обучающей выборки, так и в сведениях о виде зависимости относительно некоторых входных переменных.

**Анализ свойств модели (3) при конечных объемах обучающих выборок.** Исследовались многомерные нелинейные зависимости  $y = \varphi(x)$ .

При формировании выборки  $V = (x^i, y^i, i = \overline{1, n})$  на значения функции накладывались аддитивные помехи  $y^i + 2 y^i (\varepsilon - 0.5) r$ , где  $\varepsilon$  - случайная величина с равномерным законом распределения на интервале  $[0, 1]$ , а  $r \cdot 100\%$  - уровень помех.

Частные сведения о восстанавливаемой зависимости представлялись полиномом второй степени, обычно используемым при оценивании показателей эффективности развития сельскохозяйственных культур.

При исследовании сравнивались свойства гибридной модели (3) и непараметрической регрессии.

Наблюдается существенное преимущество модифицированной гибридной модели над непараметрической регрессией, которое объясняется учетом дополнительной информации о виде восстанавливаемой зависимости (рис. 1.). Кривые 1, 2 соответствуют средней относительной ошибке аппроксимации, формируемой по экспериментальным данным; кривые 3, 4 - ошибке, вычисляемой по незашумленным значениям восстанавливаемой функции.

С увеличением размерности вектора признаков  $\bar{x}_1$  ошибки аппроксимации типа гибридной модели и непараметрической регрессии увеличиваются по закону, близкому к линейному. При этом гибридная модель остается более эффективной.

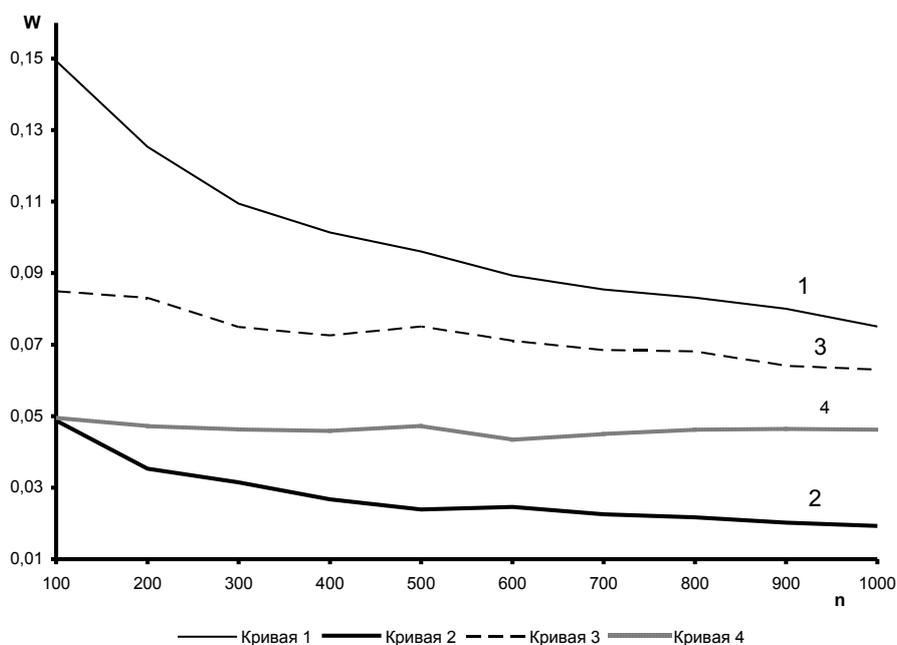


Рис. 1 Зависимость средней относительной ошибки аппроксимации с помощью непараметрической регрессии (кривые 1, 3) и гибридной модели (3) (кривые 2, 4) с частным описанием от объема выборки при  $r=10\%$ ,  $k_1=2$ ,  $k_2=2$

Искажение частичных сведений о виде зависимости приводит к некоторому ухудшению качества аппроксимации модифицированной гибридной модели, которая сохраняет преимущество над непараметрической регрессией и является менее чувствительной к изменению объема обучающей выборки.

С увеличением уровня помех преимущество модифицированной гибридной модели (3) сохраняется по сравнению с непараметрической регрессией (рис. 2), которое не вскрывается относительной ошибкой аппроксимации, построенной по зашумленным данным.

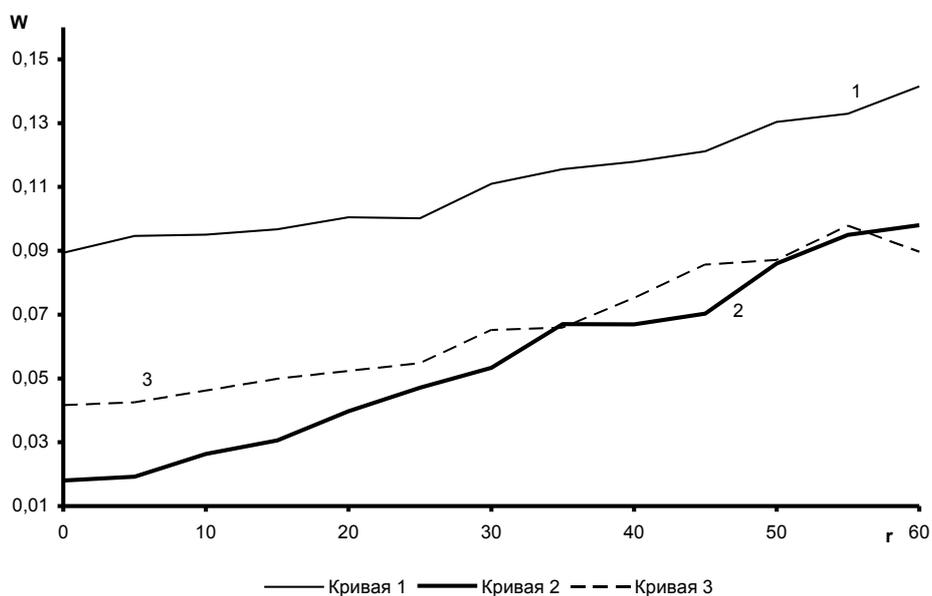


Рис. 2 Зависимости ошибок аппроксимации моделей, построенных по незашумленным данным, от уровня помех при  $n = 500$ ,  $k_1=2$ ,  $k_2=2$ : кривая 1 соответствует непараметрической регрессии; 2, 3 – модифицированной гибридной модели в условиях различных частичных сведений

Снижение относительной значимости частичных сведений за счет увеличения количества дополнительных признаков  $k_2$  приводит к ожидаемому снижению аппроксимационных свойств исследуемой модели (3).

### Литература

1. Ланко А.В. Имитационные модели неопределенных систем. – Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1993. – 112 с.
2. Parzen E. On estimation of a probability density // Ann. Math. Statistic. – 1969. – P. 1038-1050.



УДК 621.835

Ю.Ф. Курмачев, А.К. Шлепки

### РАСЧЕТ ХОЛОСТОЙ ЗОНЫ КАЛИБРА СТАНОВ ХОЛОДНОЙ ПРОКАТКИ ТРУБ

Из известных технологий получения бесшовных труб из алюминиевых сплавов наиболее перспективной является технология производства холодно деформируемых труб на пилигримовых станах методом холодной прокатки. В качестве рабочего инструмента применяются калиброванные одноручьевые валки (калибры), вращающиеся в сторону, противоположную подаче в них трубной заготовки. Прокатка трубы ведется на круглом конусном дорне (оправке), который служит внутренней жесткой опорой. Основными параметрами рабочего инструмента являются рабочая и холостая зоны валков. При расчете параметров рабочего инструмента одной из основных задач является расчет холостой зоны калибра. Эта задача уже рассматривалась [1], однако построения холостой зоны по сопрягающимся окружностям неоднозначны и рассматриваются предположительно.

Пусть  $D_A, d$  - наружные диаметры заготовки и готовой трубы соответственно,  $K_{ред}$  - конусность редуцирования по диаметру на участке АБ, равная коэффициенту наклона отрезка прямой  $OO'$ ,  $L_p$  и  $L_{хол}$  - длины рабочей и холостой зон соответственно. Задача состоит в построении кривой, плавно соединяющей конец рабочей зоны (точку  $D_1$ ) и начало рабочей зоны (точку  $A_1$ ). Точки  $A_1$  и  $D_1$  имеют координаты  $A_1(L_p+L_{хол}; D_A)$ ,  $D_1(L_p; L_{хол})$ . Значение производной функции, описывающей искомую кривую, в точке  $A_1$  должно быть равно значению конусности редуцирования  $K_{ред}$ , а в точке  $D_1$  - равной нулю (рис. 1).

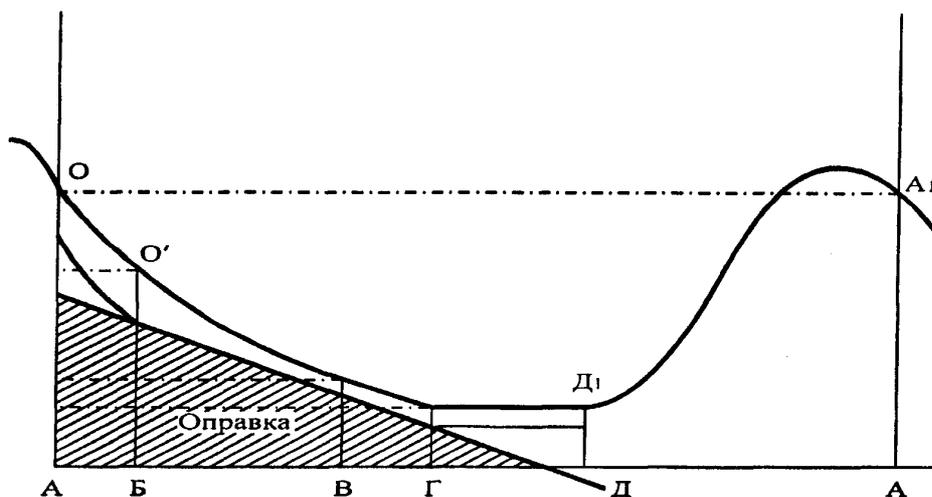


Рис. 1 Схема полной развертки калибра в прямоугольной системе координат: АБ – зона редуцирования; БВ – обжимная зона; ВГ – зона калибровки по стенке; ГД – калибрующая зона; ДА – холостая зона

В качестве искомой функции рассмотрим косинусоиду  $Y(x) = -a \cdot \cos(b(x - lp)) + a + d$  (1)  
с неопределенными коэффициентами,  $a > 0$  и  $b > 0$ . Согласно начальным условиям

$$y(lp) = d, y(lp + L_{хол}) = D_A. \quad \text{Тогда} \quad -a \cos(bL_{хол}) + a + d = D_A.$$