

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВРАЩЕНИЯ СТЕБЛЕЙ ЗЛАКОВ ПРИ ИЗГОТОВЛЕНИИ ПЛИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Представлены результаты моделирования вращательного движения частиц хлебных злаков при изготовлении плитных материалов. Получены зависимости скорости падения частиц от их размеров и высоты падения, позволяющие минимизировать угол ориентирования частиц в брикете.

Ключевые слова: злаки, стебли, цилиндрические частицы, ориентирование, вращающий импульс, аэродинамическое сопротивление.

S.M. Plotnikov, M.S. Lurye

THE CEREAL STEM ROTATION SIMULATION IN THE PLATE MATERIAL MANUFACTURING

The results of cereal particle rotational motion simulation in the plate material manufacturing are presented. The dependences of the particle fall rate on their size and fall height that minimize the particle orientation angle in briquettes are received.

Key words: cereals, stems, cylindrical particles, orientation, rotating impulse, aerodynamic resistance.

Отходы переработки сельскохозяйственных культур, такие как стебли злаковых растений, тростник, костра льна и конопли и т.д., являются недорогим сырьем для производства плитных материалов. Процесс формирования брикета из подобных частиц, имеющих цилиндрическую форму, предусматривает как продольное, так и поперечное ориентирование этих частиц. Это, в свою очередь, связано с необходимостью придания частицам такого вращательного движения, чтобы угол разброса частиц в брикете был минимальным.

При движении частицы в ориентирующем устройстве на нее действуют сила тяжести и силы аэродинамического сопротивления, обусловленные вращением частицы. Движение частицы под действием силы тяжести рассмотрено в работе [1], где определено время падения цилиндрической частицы T_0 с определенной высоты, установлено, что это время зависит от диаметра частицы и не зависит от ее длины, а также найдены отклонения от среднего значения T_0 .

На основании значения T_0 определяется угловая скорость (рад/с), которую следует придать частице для минимизации угла ее укладки в брикет

$$\omega = k \cdot \frac{2\pi n + \alpha_{\text{нач}}}{T_0}, \quad (1)$$

где $\alpha_{\text{нач}}$ – угол схода частицы с ориентирующими направляющими, зависящий от расстояния между направляющими и длины частицы, рад;

$n = 0$ или 1 – количество оборотов, задаваемое частице;

k – коэффициент, учитывающий замедление частицы при вращении в воздушной среде (коэффициент аэродинамического торможения).

В [1] считалось, что за время T частица разворачивается с постоянной угловой скоростью, т.е. выражение (1) не учитывает торможения частицы в воздушной среде ($k=1$), и, следовательно, является неточным. Для точной оценки вращательного движения частицы необходимо определить тормозящий момент аэродинамических сил, действующих на частицу в процессе вращения.

Пусть частица длиной L и поперечной площадью S (диаметром D) вращается вокруг оси OO' с угловой скоростью ω (рис. 1). Радиус вращения частицы $R = L/2$.

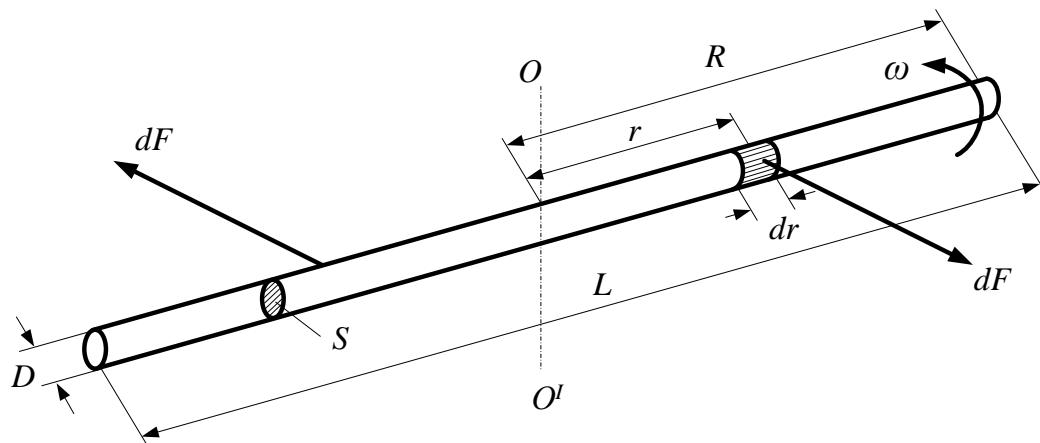


Рис. 1. Свободное вращение цилиндрической частицы в воздухе: r – текущая координата; dr – длина элементарного участка частицы; dF – элементарная сила аэродинамического сопротивления

Сила аэродинамического сопротивления F по длине частицы будет изменяться, поскольку разные ее участки будут двигаться относительно воздуха с разной линейной скоростью.

Рассмотрим бесконечно малый участок частицы длиной dr на расстоянии r от оси вращения. Элементарная сила сопротивления dF , действующая на участок частицы длиной dr и диаметром D определяется по формуле

$$dF = C_x \cdot \rho_B \cdot D \cdot dr \cdot \frac{V^2}{2},$$

где C_x – коэффициент аэродинамического сопротивления частицы;

ρ_B – плотность воздушной среды;

V – линейная скорость перемещения краев частицы, м/с.

Выразив линейную скорость через угловую $V = r \cdot \omega$, получим

$$dF = C_x \cdot \rho_B \cdot D \cdot dr \cdot \frac{\omega^2 r^2}{2}. \quad (2)$$

Элементарный тормозящий момент, считая и силу, действующую на вторую половину частицы, будет равен

$$dM = 2dF \cdot r = C_x \cdot \rho_B \cdot D \cdot \omega^2 \cdot r^3 \cdot dr. \quad (3)$$

Для определения суммарного тормозящего момента необходимо проинтегрировать выражение (3) по длине частицы от оси вращения до ее конца:

$$M = \int_0^R dM = \int_0^R C_x \cdot \rho_B \cdot D \cdot \omega^2 \cdot r^3 \cdot dr = \rho_B \cdot D \cdot \omega^2 \int_0^R C_x \cdot r^3 \cdot dr = K \int_0^R C_x \cdot r^3 \cdot dr, \quad (4)$$

где $K = \rho_B \cdot D \cdot \omega^2$.

В выражении (4) следует учесть, что коэффициент аэродинамического сопротивления C_x зависит от скорости движения частицы относительно воздуха, которая, в свою очередь, определяется текущей координатой рассматриваемого участка r и угловой скоростью ω .

Для общности последующих выводов будем считать, что коэффициент C_x имеет следующий вид:

$$C_x = A + \frac{C}{\sqrt{V}} = A + \frac{C}{\sqrt{\omega \cdot r}} = A + \frac{C}{\sqrt{\omega} \cdot \sqrt{r}}. \quad (5)$$

Важной особенностью движения частиц в устройствах ориентирования является ламинарный характер обтекания частиц воздушной средой. Так, при характерных размерах частиц (длина от 70 до 150 мм; диаметр от 3 до 6 мм) и скоростях вращательного движения в пределах от 1 до 8 рад/с число Рейнольдса, характеризующее обтекание частиц потоком, не будет превышать 150, что соответствует ламинарному режиму.

Ламинарный режим движения однородных сред и их взаимодействие с обтекаемыми телами хорошо подчиняется численным методам расчета, поэтому для определения коэффициента аэродинамического сопротивления частиц был применен численный эксперимент.

Он заключался в следующих шагах:

- производился расчет стационарного процесса движения частицы в потоке воздуха при нормальных условиях методом численного моделирования. Для решения данной задачи было использовано численное моделирование с помощью программы Comsol Multiphysics 3.5. Это мощная интерактивная среда для моделирования и решения научных и технических проблем, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных [3]. При расчете определялась погонная суммарная сила, действующая на обтекаемое тело:

- по рассчитанному значению погонной силы определяется коэффициент аэродинамического сопротивления для исследуемого тела (частицы);
- результаты, полученные для тел (частиц) близкой формы, усреднялись;
- усредненные результаты аппроксимировались аналитическими выражениями, которые будут пригодны для дальнейших расчетов движения частиц в установках ориентирования.

Сила взаимодействия потока с обтекаемым им телом описывается известной формулой [4]

$$F = C_x \cdot \rho_B \cdot S \cdot \frac{V^2}{2} = C_x \cdot \rho_B \cdot D \cdot L \cdot \frac{V^2}{2}. \quad (6)$$

Чтобы характеристика носила более общий характер и не зависела от размеров тела (диаметра D и длины L) и условий обтекания, можно использовать погонную силу, т.е. силу, отнесенную к длине тела

$$\frac{F}{L} = C_x \cdot \rho_B \cdot D \cdot \frac{V^2}{2}. \quad (7)$$

Тогда коэффициент аэродинамического сопротивления может быть найден из формулы

$$C_x = \frac{2 \left(\frac{F}{D} \right)}{\rho_B \cdot L \cdot V^2}. \quad (8)$$

Полученные в результате моделирования зависимости погонной силы, действующей на цилиндрические частицы, приведены на рисунке 2.

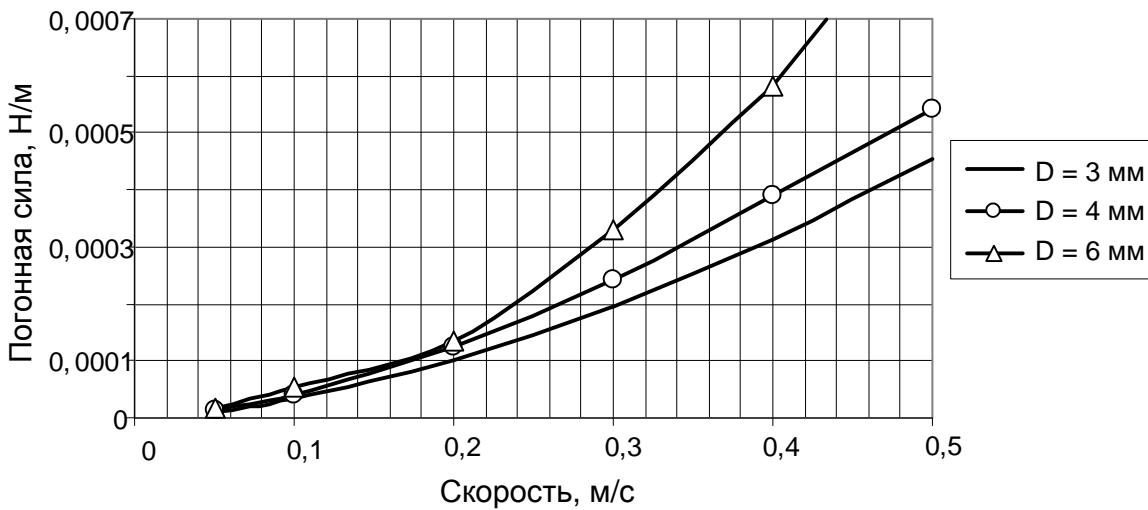


Рис. 2. Погонная сила сопротивления, действующая на частицы

После расчета по выражению (8), усреднению результатов и аппроксимации кривых средствами программы MatLab, получены выражения, позволяющие для каждой из групп частиц с точностью до 10% определять коэффициент аэродинамического сопротивления.

При этом получено следующее выражение коэффициента:

$$Cx = 0,19172 + \frac{11,321}{\sqrt{Re}} . \quad (9)$$

В выражении (9) аргументом является число Рейнольдса. Это общепринятый критерий движения потоков среды, однако для практического расчета движения частиц в системах ориентирования он неудобен, так как скрытно содержит размеры частиц и их скорость, которые приходится аналитически интегрировать в процессе расчета. В нашем частном случае для последующего анализа удобнее выразить Cx как функцию скорости движения частиц относительно воздуха

$$Cx = 0,19172 + \frac{0,6683}{\sqrt{V}} . \quad (10)$$

Подставив (4) в (3), получаем

$$M = K \int_0^R A \cdot r^3 \cdot dr + K \int_0^R \frac{C}{\sqrt{\omega} \cdot \sqrt{r}} \cdot r^3 dr = K \cdot A \int_0^R r^3 dr + \frac{K \cdot C}{\sqrt{\omega}} \int_0^R \frac{r^3}{\sqrt{r}} dr . \quad (11)$$

Выражение (11) содержит два интеграла

$$\int_0^R r^3 dr = \frac{R}{4} \quad \text{и} \quad \int_0^R \frac{r^3}{\sqrt{r}} dr = \frac{2}{7} R^3 \sqrt{R} . \quad (12)$$

Подставляя (12) в (11), получим

$$M = \frac{K \cdot A \cdot R^4}{4} + \frac{2K \cdot C \cdot R^3 \cdot \sqrt{R}}{7\sqrt{\omega}}.$$

Принимая во внимание (4), получим выражение тормозящего момента

$$M = \frac{\rho_B \cdot D \cdot A \cdot R^4}{4} \cdot \omega^2 + \frac{2\rho_B \cdot D \cdot C \cdot R^3 \cdot \sqrt{R}}{7} \cdot \frac{\omega^2}{\sqrt{\omega}}. \quad (13)$$

Введем обозначения:

$$a = \frac{\rho_B \cdot D \cdot A \cdot R^4}{4}, \quad b = \frac{2\rho_B \cdot D \cdot C \cdot R^3 \cdot \sqrt{R}}{7},$$

тогда окончательно получим зависимость аэродинамического момента торможения от размеров частицы и ее угловой скорости

$$M = a \cdot \omega^2 + b \cdot \frac{\omega^2}{\sqrt{\omega}}. \quad (14)$$

Для определения закона движения частицы запишем второй закон Ньютона для вращающейся частицы

$$J \frac{d\omega}{dt} = -M, \quad (15)$$

где J – момент инерции частицы относительно оси ОО¹, кг·м².

Для стержня массой m и длиной L момент инерции составляет [2]

$$J = \frac{1}{12} m \cdot L^2 = \frac{1}{12} m \cdot (2R)^2 = \frac{m \cdot R^2}{3}. \quad (16)$$

Подставив (16) в (15), получим

$$\frac{m \cdot R^2}{3} \cdot \frac{d\omega}{dt} = -M, \text{ или } \frac{d\omega}{dt} = -\frac{3}{m \cdot R^2} \cdot M.$$

С учетом выражения (14) имеем

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{3}{m \cdot R^2} \cdot \left(a \cdot \omega^2 + b \cdot \frac{\omega^2}{\sqrt{\omega}} \right). \quad (17)$$

Для решения полученного дифференциального уравнения (12) следует проинтегрировать обе его части

$$\omega = -\frac{3}{m \cdot R^2} \int \left(a \cdot \omega^2 + b \cdot \frac{\omega^2}{\sqrt{\omega}} \right) dt. \quad (18)$$

С использованием полученных в модели значений коэффициента Сх производилось решение нелинейного уравнения (18). Для его интегрирования использовалось имитационное моделирование с помощью пакета Simulink программы MatLab.

Общий вид модели для расчета вращения частиц цилиндрической формы показан на рисунке 3.

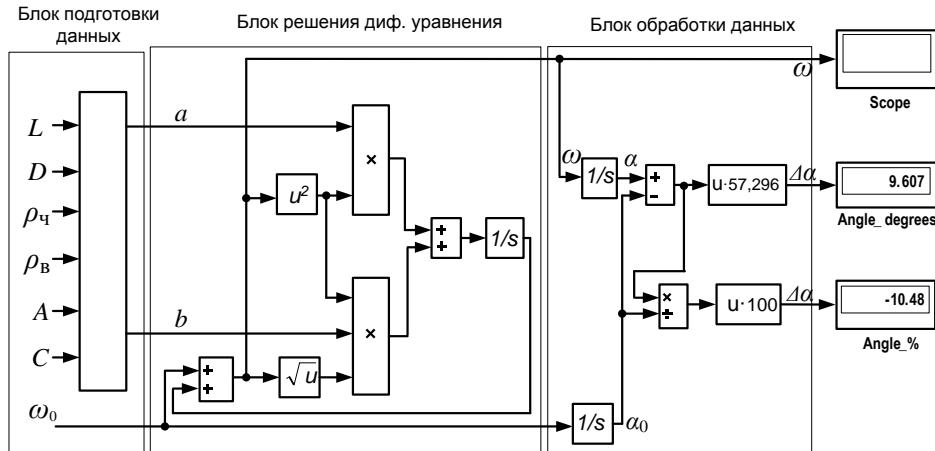


Рис. 3. Общий вид модели

Блок подготовки данных вычисляет значение коэффициентов уравнения (18), блок решения дифференциальных уравнений решает (18), интегрируя его правую часть. Блок обработки данных вычисляет угловую скорость частицы во времени. При этом вычисляются два значения углового отклонения частицы: с учетом сил аэродинамического торможения и идеальное – без учета данных сил. Данные значения индицируются на дисплеях Angle_degrees (в градусах) и Angle_% (в процентах от идеального значения). Осциллограф Scope показывает процесс изменения угловой скорости при движении частицы во времени.

Моделирование проводилось для цилиндрических частицы диаметрами 3, 4 и 6 мм, плотностью 200 кг/см³, для плотности воздуха 1,204 кг/м³, его кинематической вязкости $1,51 \cdot 10^{-5}$ м²/с и плотности частицы 200 кг/м³. Полученные в результате численного эксперимента на моделях поля скоростей потоков при обтекании частицы представлены на рисунке 4, графики углового отклонения скорости частицы от начальной скорости – на рисунке 5, графики изменения угловой скорости частицы – на рисунке 6.

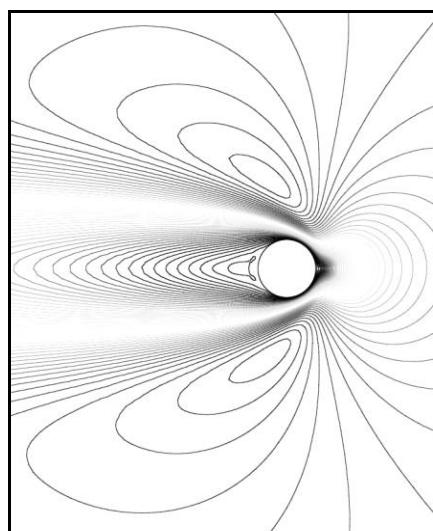


Рис. 4. Поле скоростей при обтекании цилиндрической частицы ($D = 3$ мм, $V = 0,05$ м/с)

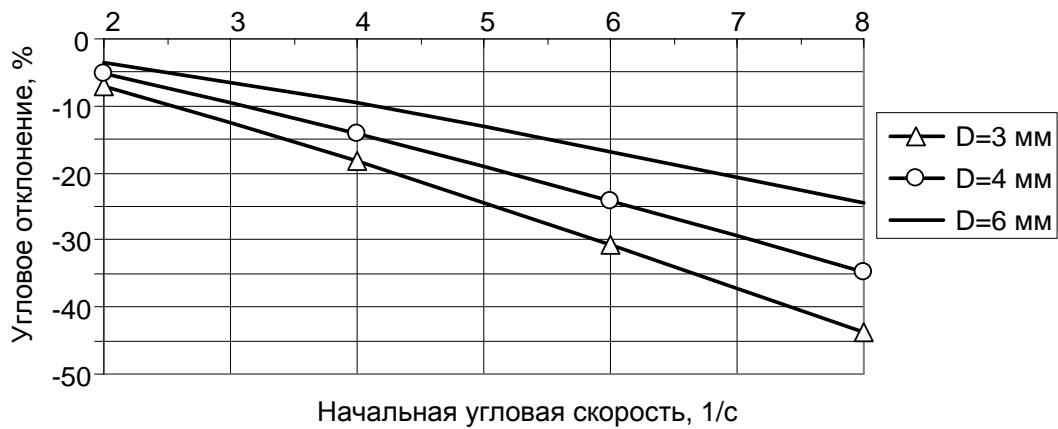


Рис. 5. Зависимость углового отклонения частицы длиной $L = 100$ мм от начальной скорости

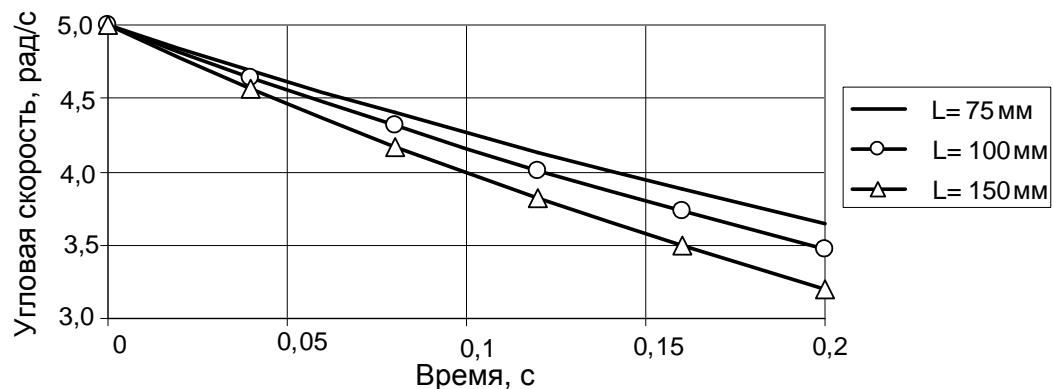


Рис. 6. Зависимость $\omega = f(t)$ для частицы диаметром 3 мм при начальной угловой скорости 5 рад/с

Выводы

По мере продвижения частиц в ориентирующем устройстве погонная сила аэродинамического сопротивления, действующая на частицы, возрастает нелинейно, причем тем больше, чем больше диаметр частицы.

Угловая скорость частиц, заданная направляющими органами, снижается по закону, близкому к линейному. За время ориентирования угловая скорость частиц диаметром 3 мм снижается на 45%, частиц диаметром 6 мм – на 25%, причем данное снижение возрастает с уменьшением плотности частиц.

Значение коэффициента аэродинамического торможения k в выражении (1) зависит от размеров частиц, их плотности, начальной скорости вращения и времени разворота, которое пропорционально высоте ориентирующего устройства. Коэффициент k для стеблей имеет средние значения: пшеница – 1,25; рожь, просо – 1,35; рис – 1,45; конопля, лен – 1,60; камыш – свыше 1,70.

Литература

1. Плотников С.М., Лурье М.С. Моделирование движения частиц хлебных злаков при ориентировании // Вестн. КрасГАУ. – Красноярск, 2011. – Вып. 11. – С.18–24.
2. Фаворин М.В. Моменты инерции тел: справ. – 2-е изд. перераб. и доп. – М., 1977. – 514 с.
3. Шмелев В.Е. Femlab 2.3. Руководство пользователя. – М.: Диалог-МИФИ, 1999. – 442 с.
4. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – 7-е изд. – М.: Дрофа, 2003. – 840 с.

